

## Domácí úkol 4

Termín odevzdání: 11. 11. 2024 do cvičení

**1.)**

Uvažujme funkci

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - bx + 2, & x \in (-2, 1) \\ b \operatorname{sgn}(x) - c, & \text{jinde na } \mathbb{R}. \end{cases}$$

Najděte parametry  $b$  a  $c$  tak, aby  $f$  byla spojitá na  $\mathbb{R}$ .

Poté z definice dokažte, že pro volbu  $b = c = 1$  je funkce  $f$  nespojitá v 1. (Hint: Znegujte výrok  $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in U_\delta(1) : |f(x) - f(1)| < \varepsilon$  a dokažte ho)

**2.)**

Dokažte, že (příklady 13. a 15. z 5. sady)

$$\operatorname{arctg}(x) + \operatorname{arccotg}(x) = \frac{\pi}{2}.$$

a

$$\operatorname{argsinh}(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right).$$

(Hint: využijte definici funkce  $\sinh$  přes exponenciály)

**3.)**

Určete předpis tečny (lineární funkce) ke grafu funkce

$$g(x) = \frac{x^5 \cos(x)}{2^x}$$

v bodě 1.