

Domácí úkol 5

Termín odevzdání: čtvrtek 2. 4. 2026 do večera

1.)

Ověřte, že pro zobrazení

$$F(z) = z + \frac{1}{z}$$

platí Cauchy-Riemannovy podmínky mimo počátek, a je tudíž holomorfní na $\mathbb{C} \setminus \{0\}$ (Existenci totálního diferenciálu ukazovat nemusíte). Poté najděte pod tímto zobrazením obraz kružnice K zadané

$$K = \left\{ z \in \mathbb{C}, \left| z + \frac{1}{5} - \frac{1}{3}i \right| = \frac{9}{10} \right\},$$

stačí najít parametrizaci křivky + náčrtek.

Nakonec si vyberte oblíbenou větev komplexního logaritmu a spočtěte

$$\ln \left(F \left(\frac{7}{10} + \frac{1}{3}i \right) \right),$$

bod leží $\frac{7}{10} + \frac{1}{3}i$ na K . Uvažujme, že kružnici K oběhneme a dostaneme se opět do stejného bodu. Znovu spočítejte hodnotu $\ln \left(F \left(\frac{7}{10} + \frac{1}{3}i \right) \right)$ za předpokladu, že $\arg F(z)$ během pohybu závisel spojitě na z .